

TR - Transformator

Praktikum Wintersemester 2005/06

Philipp Buchegger, Johannes Märkle
Assistent Dr Torsten Hehl

Tübingen, den 25. November 2005

Theorie

Leistung in Stromkreisen

Für die erbrachte Leistung P eines Gleichstromkreises gilt im allgemeinen:

$$P = U \cdot I \quad (1)$$

wobei U der angelegten Spannung und I der Stromstärke entspricht.

Da diese Größen in einem Wechselstromkreis von der Zeit abhängen, lohnt es sich die gemittelte Leistung \bar{P} über ein Zeitintervall T zu betrachten:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T U(t)I(t)dt \quad (2)$$

Liegt an einem Ohmschen Verbraucher R nun eine sinusförmige Wechselspannung der Form

$$U = U_0 \sin \omega t \quad (3)$$

an, so ergibt sich anhand des Ohmschen Gesetzes für die gemittelte Leistung einer Periode

$$\bar{P} = \frac{U_0^2}{2R} \quad (4)$$

Würde man die konstante Spannung $\frac{U_0}{\sqrt{2}}$ an einen Gleichstromkreis anlegen, so würde diese dort die selbe Leistung erbringen wie unsere sinusförmige Wechselspannungsquelle gemittelt über eine Periode. Man nennt $\frac{U_0}{\sqrt{2}}$ deswegen auch Effektivspannung U_{eff} .

Transformator

Unter einem Transformator versteht man 2 Spulen mit verschiedenen Windungszahlen, die durch einen hochpermeablen weichen Eisen- oder Ferritkern miteinander verbunden sind und dadurch einen gemeinsamen Magnetfluss erfahren. Bei einem idealen Transformator besitzen die Spulen zudem keinen Ohmschen Widerstand, das von ihnen erzeugte B-Feld ist mit dem Strom in Phase und beide Spulen werden vom gleichen Magnetischen Fluß Φ durchsetzt. Legt man an die Primärspule eines solchen idealen Transformators eine Wechselspannung mit Amplitude U_1 an, so erzeugt diese eine gegengerichtete Selbstinduktionsspannung. Diese Selbstinduktionsspannung entspricht zudem der Flußänderung durch alle N_1 Windungen der Spule. Somit gilt

$$U_1 = N_1 \dot{\Phi} \quad (5)$$

Da die Sekundärspule vom gleichen magnetischen Fluß durchsetzt wird gilt für sie nach der Lenzschen regel:

$$U_2 = -N_2 \dot{\Phi} \quad (6)$$

Somit ergibt sich

$$\frac{U_1}{U_2} = -\frac{N_1}{N_2} \quad (7)$$

Ist der Sekundärkreis offen so fließt kein Strom durch ihn, und der Strom auf der Primärseite I_{10} ist ein reiner Blindstrom. Wird die Sekundärseite belastet fließt dort ein Strom I_2 der zum Magnetfluß Φ beiträgt. Dabei verändert sich Φ allerdings nicht und die zusätzliche Durchflutung $N_2 I_2$ wird durch einen zusätzlichen Strom auf der Primärseite kompensiert. Für den Strom auf der Primärseite ergibt sich dann

$$I_1 = I_{10} - \frac{N_2}{N_1} I_2 \quad (8)$$

Leistungsanpassung

Für die Leistung P_a eines an einer Spannungsquelle mit inneren Widerstand R_i angeschlossenen Verbrauchers R_a gilt:

$$P_a = U_a \cdot I \quad (9)$$

wobei U_a die am Verbraucher abfallende Spannung darstellt. Über das Ohmsche Gesetz ergibt sich für diesen Ausdruck:

$$P_a = R_a \cdot I^2 \quad (10)$$

Für die Stromstärke I gilt zudem:

$$I = \frac{U_0}{R_{ges}} = \frac{U_0}{R_i + R_a} \quad (11)$$

wobei U_0 für die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung steht. Für die Leistung am Verbraucher P_a folgt hieraus:

$$P_a(R_a) = \frac{R_a U_0^2}{(R_i + R_a)^2} \quad (12)$$

Um zu bestimmen für welche R_a dieser Term maximal wird, wird im folgenden nun die 1. Ableitung von P_a nach R_a betrachtet:

$$P'_a(R_a) = \frac{U_0^2 (R_i + R_a)^2 - 2U_0^2 R_a (R_i + R_a)}{(R_i + R_a)^4} \quad (13)$$

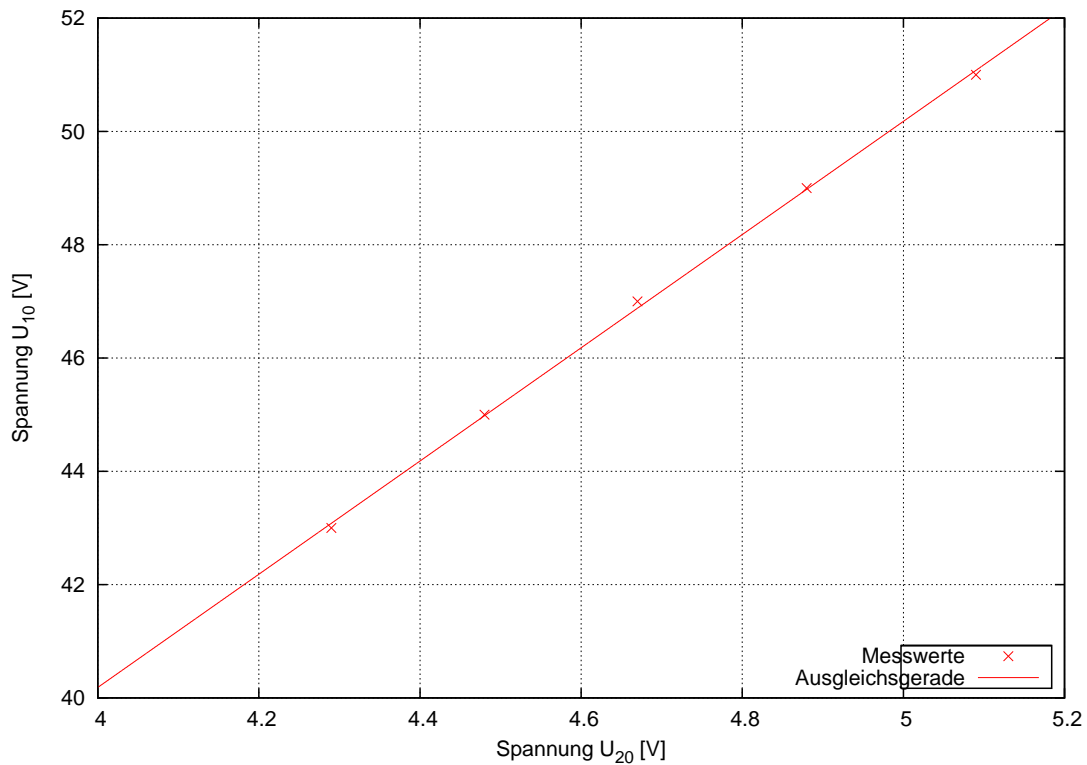
Setzt man diesen Ausdruck gleich 0, so erhält man:

$$R_i = R_a \quad (14)$$

Da die zweite Ableitung nach R_a an dieser Stelle kleiner als 0 ist, wird die Leistung am Verbraucher also maximal wenn $R_a = R_i$

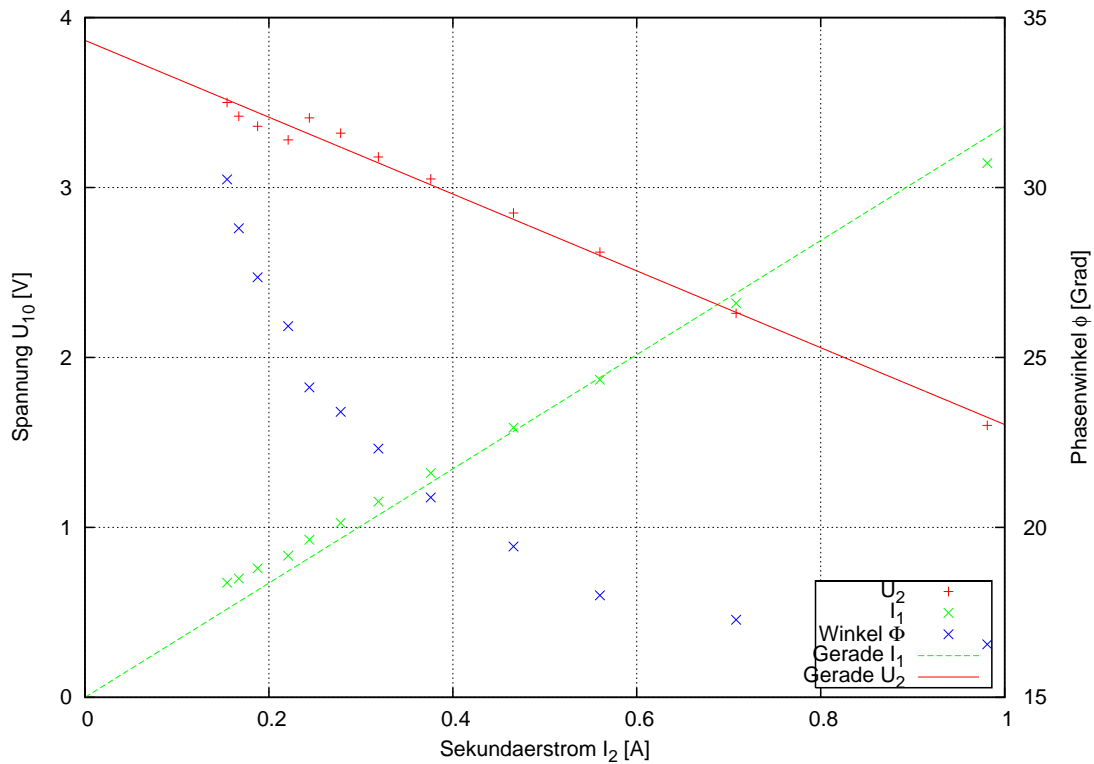
Auswertung

Übersetzungsverhältnis \ddot{u}



Der Mittelwert beträgt $\ddot{u}_{mittel} = 9,993$. Der Fehler beträgt: $\sigma = \pm 0,1526$, was ca. 1,5 % entspricht. Der Phasenwinkel φ ist hier konstant und beträgt $\varphi = \frac{7 \cdot 0,5ms}{20ms} \cdot 360^\circ = 62,37^\circ$

Transformator unter Last



Für den Transformator unter Last gilt nach TR.16 für den Innenwiderstand:

$$R = \frac{U_2(t)}{I_2(t)} \tag{15}$$

Der Innenwiderstand ist auch der Grund, wieso die Spannung U_2 abfällt. R ist maximal für I_{max} und nimmt linear ab. Also gilt für den Innenwiderstand des Transformators

$$R_{i,t} = \frac{U_2(\min(I_1))}{I_{max}} = \frac{3,5V}{0,981A} = 3,568\Omega \tag{16}$$

Im Leerlauf, d.h. für $I_2 = 0$ ist die Phase $\varphi_0 \neq 90^\circ$, da es sich in der Realität nicht um einen idealen Transformator handelt und dieser wegen des Widerstandes der Drähte und anderen Effekten nicht verlustfrei arbeitet.

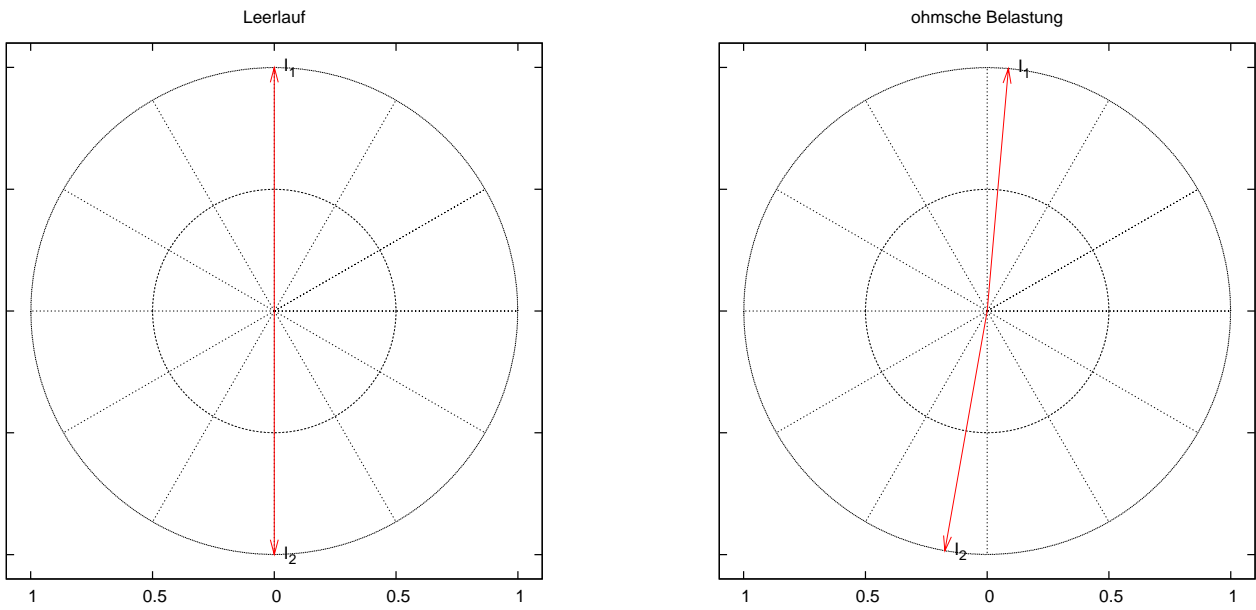
$$I_{blind} = I_{10} \cdot \sin(\varphi_0) = 8,68\Omega \cdot \sin(62,37^\circ) = 7,69\Omega \tag{17}$$

$$I_{wirk} = I_{10} \cdot \cos(\varphi_0) = 8,68\Omega \cdot \cos(62,37^\circ) = 4,03\Omega \tag{18}$$

Stromtransformation

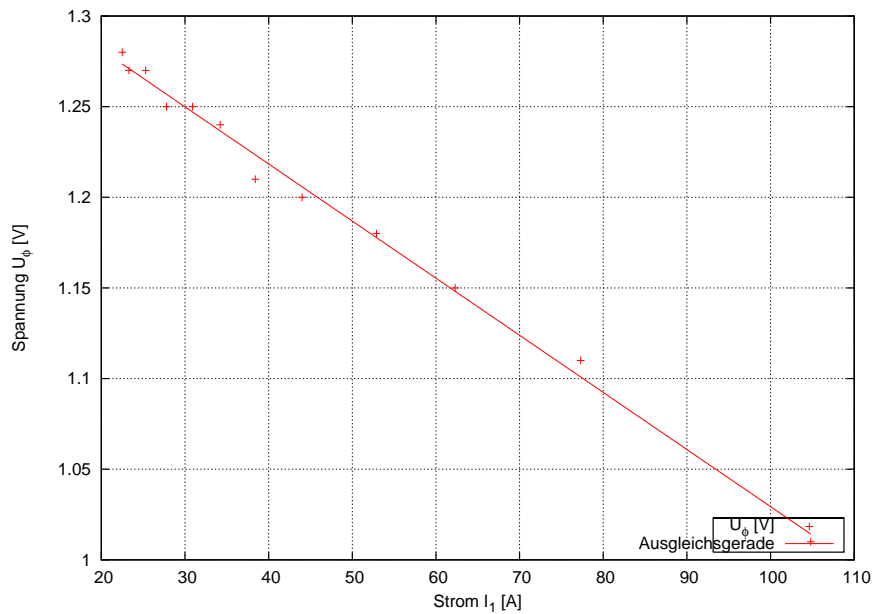
$$\ddot{u} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \tag{19}$$

Die Stromverhältnisse sind umgekehrt proportional zur den Spannungsverhältnissen, was ja nach $P = U \cdot I = const.$ völlig logisch ist.



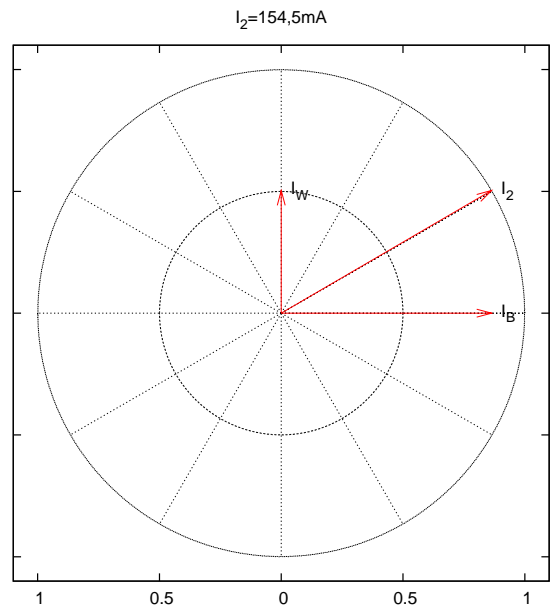
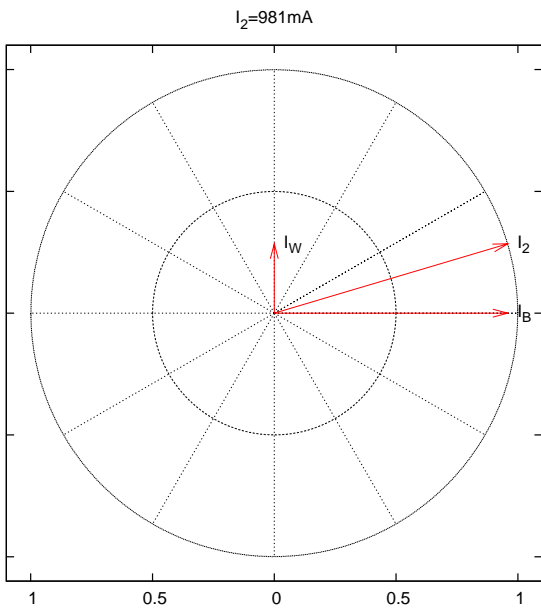
Der magnetische Fluss ϕ ist Proportional zum Strom. Die gemessene Spannung U_ϕ ist proportional zum magnetischen Fluss. Also ist

$$U_\phi \propto \phi \propto I_1 \tag{20}$$

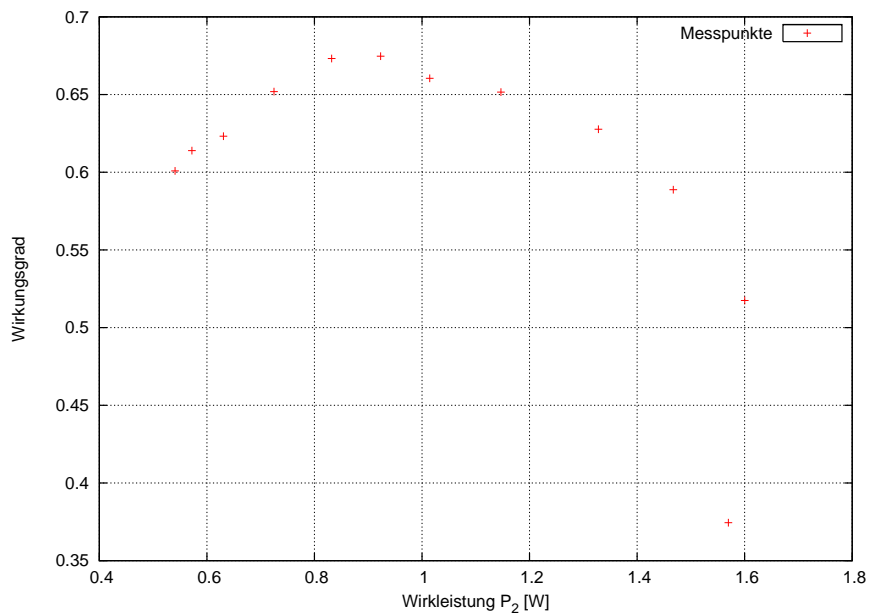


Der im idealen Fall lineare Zusammenhang ist hier immernoch zu erkennen.

Wirk - und Blindstrom Zeigerdiagramme

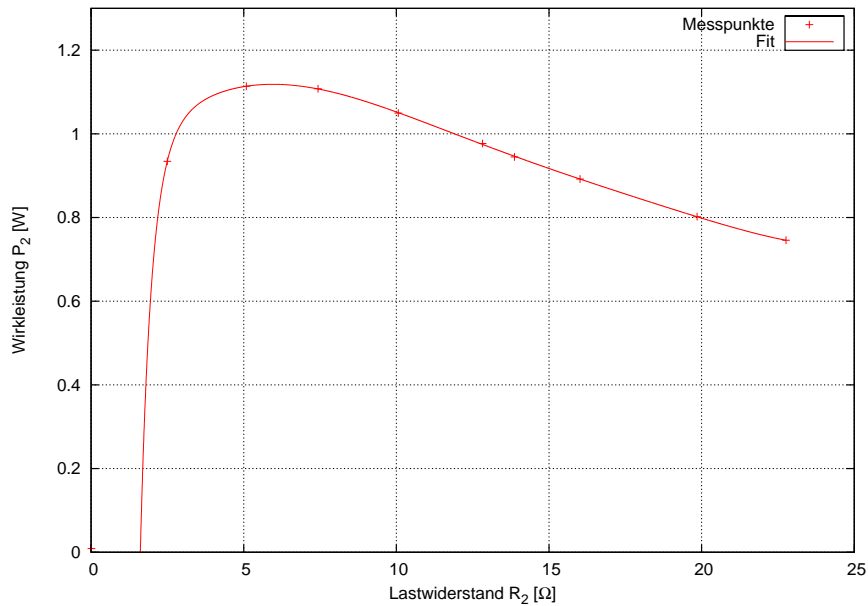


Wirkungsgrad



Der Wirkungsgrad ist ca. bei der Wirkleistung 0,9 Watt maximal.

Leistungsanpassung



Die Leistung P_2 ist maximal bei $R_2 = 6,2\Omega$. Wieder durch Exploration der Werte kommt man auf $U = 5,19V$ und $I_{max} = 0,867A$. Das ergibt für den Widerstand R_i

$$R_i = \frac{5,19V}{0,867A} = 5,98\Omega \quad (21)$$

Dieser Wert kommt recht nahe an den Lastwiderstand R_2 und somit kann man $R_i = R_a$ und damit die Leistungsanpassung bestätigen.

Für den Widerstand haben wir $R = 350\Omega$ gewählt. Also ist $\frac{R}{R_i} = 56,5$

$$R_{2i,t} = \frac{R}{\ddot{u}^2} = 3,5\Omega \quad (22)$$

Dies entspricht nahezu dem oben berechneten Wert $R_{i,t} = 3,568\Omega$. Somit lässt sich auch die Widerstands-transformation bestätigen.