

# Getriebenes Pendel

## Grundlagen

Legt man an ein gedämpftes Pendel ein konstantes Drehmoment  $k$  an, ergibt sich folgende Bewegungsgleichung:

$$\theta \ddot{\phi} + \Gamma_{total} 2\lambda \dot{\phi} + mgl * \sin\phi = \Gamma_{dc} \omega_{dc} = k = const. \quad (1)$$

mit  $\Gamma_{total} = \Gamma_{Ring} + \Gamma_{dc}$ . Division durch  $\theta$  und Substitution der Dämpfung  $\lambda = \frac{\Gamma_{total}}{2\theta}$  und der Eigenfrequenz  $\omega_{null} = \sqrt{\frac{mgl}{\theta} - \frac{\Gamma_{total}^2}{4\theta^2}} \approx \sqrt{\frac{mgl}{\theta}}$  ergibt:

$$\ddot{\phi} + 2\lambda \dot{\phi} + \omega_0^2 \sin\phi = \sqrt{\frac{\Gamma_{dc} \omega_{dc}}{\theta}} = k \quad (2)$$

Als konstante Lösung für  $\dot{\phi} = \ddot{\phi} = 0$

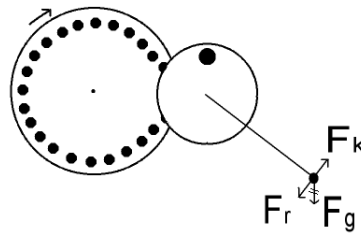
$$\omega_0^2 \sin\phi = k \quad (3)$$

$$\sin\phi = \frac{k}{\omega_0^2} \quad (4)$$

$$\phi = \arcsin \frac{k}{\omega_0^2} \quad (5)$$

Interpretation: Wenn  $\dot{\phi} = \ddot{\phi} = 0$  ist, dann dreht sich das Pendel bei gleichbleibendem Drehmoment nicht. Das Drehmoment ist kleiner als die Gewichtskraft des Pendels bei einer Auslenkung von  $90^\circ$ . Wenn das Pendel bereits zu  $90^\circ$  ausgelenkt ist, dann wird die Kraft  $F = \sin \phi * m * g$  wieder kleiner wenn das Drehmoment erhöht wird, somit fängt das Pendel an sich zu drehen und  $\phi = \arcsin \frac{k}{\omega_0^2}$  gilt nicht mehr

(6)



Wobei

$$F_N = m * a = m * g \quad (7)$$

$$F_R = -m * g * \sin \phi \text{ (Kleinwinkelnäherung gilt nicht)} \quad (8)$$

$$F_k = -r * l * \phi \quad (9)$$

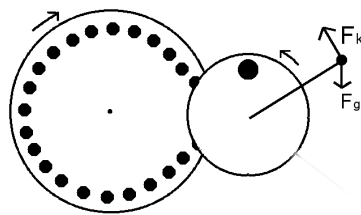
Für  $\frac{k}{\omega_0^2} \gg 1; \lambda \gg 1$  können  $\dot{\phi}$  und  $\frac{\sin\phi}{k} \omega_0^2$  vernachlässigt werden, also gilt:

$$2\lambda \dot{\phi} = k \quad (10)$$

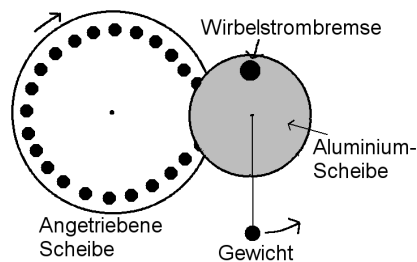
$$\frac{2\lambda}{k} \dot{\phi} = 1 \quad (11)$$

$$\dot{\phi} = \frac{k}{2\lambda} \quad (12)$$

Interpretation: Für große Drehmomente und große Dämpfung bleibt die Winkelgeschwindigkeit (wegen der Näherung) bei konstantem Drehmoment  $k$  und konstanter Dämpfung  $\lambda$  konstant. Das heißt, wenn man die Dämpfung nicht verändert und linear die Spannung, also den Drehmoment, erhöht, so steigt auch die Winkelgeschwindigkeit linear an.



## Versuchsaufbau



Das (Physikalische) Pendel besteht aus einem Stab, an dem eine Masse  $m$  befestigt ist. Es kann sowohl die Masse als auch die Länge des Pendelarms variiert werden. Der Stab ist fest mit einer Achse verbunden, die mit Kugellagern gehalten wird. An dieser Achse befindet sich noch eine Aluminium-Scheibe zum Anlegen von Drehmomenten und ein Drehgeber, der die Position des Pendels misst und von einem Computer ausgelesen wird. Um das Pendel zu dämpfen, positioniert man einen starken Ringmagneten aus NdFeB in der Nähe der Scheibe.

Bewegt die Scheibe sich am Magneten vorbei, so werden Wirbelströme in der Scheibe induziert und die Scheibe gebremst. Jetzt wird neben der Aluminiumscheibe eine andere Scheibe befestigt, welche durch einen Motor in Drehung versetzt werden kann. Auf dieser Scheibe sind

in kleinen Abständen Magnete angebracht. Wenn man den Motor anschaltet, beginnt die Scheibe mit den Magneten sich zu drehen, also induzieren diese Magnete Wirbelströme auf die Alu-Platte, dadurch wird ein Drehmoment angelegt, welches proportional zu der Geschwindigkeit der angetriebenen Alu-Scheibe ist. Die Geschwindigkeit der Alu-Scheibe ist wiederum proportional zur Spannung. So kann im Versuch durch die lineare Steigerung der Spannung das Drehmoment linear erhöht werden.

Der Ausschlagwinkel des Pendels kann manuell nur durch eine recht ungenaue Skala bestimmt werden, über den Computer auf das Grad genau. Die Spannung ist über den Computer auf 0.01V genau einzustellen, wir wählen aber das Intervall von 0,05V mangels Zeit.