

1 Vorarbeit Korrigiert

Anhand eines Oszilloskops lassen sich Spannungen sowie Ströme graphisch erfassen. Dies geschieht anhand einer Braunschen Röhre, in der der Elektronenstrahl durch zwei Kondensatoren in x-Richtung, sowie in y-Richtung abgelenkt werden kann.

Lädt man einen Kondensator, der mit einem Ohmschen Widerstand in Reihe geschaltet ist, über eine Spannungsquelle auf, und greift dabei die Spannung am Kondensator ab, so wird man anhand eines Oszilloskops feststellen können, dass diese Anfangs sehr schnell ansteigt und sich später, flacher einem Maximum annähert. Dies deckt sich mit den uns bekannten Eigenschaften eines Kondensator:

Über die Spannung eines Kondensators wissen wir:

$$C \cdot U = Q \quad (1)$$

daraus folgt:

$$C \cdot \frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$

da $\frac{dQ}{dt}$ als Strom I definiert ist folgt:

$$C \cdot \frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} = I \quad (3)$$

Über den Ladestrom, der durch den in Reihe geschalteten Widerstand fließt, gilt zudem:

$$I(t) = \frac{U_0 - U_C}{R} = \frac{U_0}{R} - \frac{Q(t)}{R \cdot C} \quad (4)$$

Durch Differentiation dieser Gleichung ergibt sich unter dem Umstand dass $I(t) = \frac{dQ}{dt}$:

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot I(t) \quad (5)$$

hieraus folgt durch Integration mit der Anfangsbedingung $I(0)=0$:

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (6)$$

ersetzt man $I(t)$ nun durch den Term $\frac{U_0 - U_C}{R}$ (Gleichung (4)) und multipliziert mit R so ergibt sich für $U_C(t)$:

$$U_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (7)$$

C steht in diesem Zusammenhang stets für die Kapazität des Kondensator. Sie ist proportional zur Dielektrizitätskonstanten (die vom Material zwischen den Kondensatorplatten abhängt) ϵ_r , zu den Flächen A der Kondensatorplatten und umgekehrt proportional zum Abstand beider Platten.

Ersetzt man den Kondensator nun durch eine Spule so lassen sich für sie ähnliche Überlegungen anstellen:

Nach der Lentzschen Regel lässt sich eine Verknüpfung zwischen einer induzierten Spannung, der Induktivität L der Spule und der sich ändernden Stromstärke \dot{I} herstellen:

$$U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt} \quad (8)$$

Für den Strom der durch den Widerstand fließt, gilt:

$$I = \frac{U_0 + U_{ind}}{R} \quad (9)$$

Nach Gleichung (8) folgt:

$$I = \frac{U_0 - L \cdot \frac{dI}{dt}}{R} \quad (10)$$

Eine Lösung für diese Differentialgleichung stellt folgende Funktion dar:

$$I(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (11)$$